

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ
И. о. проректора по УР
М. Х. Чанкаев

«29» апреля 2026 г., протокол № 7

Рабочая программа дисциплины
**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ
КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО**

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки
Математика; информатика

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год начала подготовки - **2026**

Карачаевск, 2026

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент Мамчуев А.М.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018г. №125, с изменениями и дополнениями от 26.11.2020г., № 1456, от 8.02.2021г., №83, на основании учебного плана подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль: «Математика; информатика», локальных актов КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии на 2026-2027 учебный год, протокол № 8 от 24 апреля 2026г.

Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля):.....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)	6
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы	9
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	10
7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций	10
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания.....	11
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины	11
7.3.1. Перечень вопросов для экзамена	11
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций	12
7.3.3. Оценочные материалы. Вопросы и задания к лекциям и практическим занятиям. Варианты контрольных работ. Типовые расчеты	12
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	18
8.1. Основная литература	18
8.2. Дополнительная литература.....	18
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	18
9.1. Общесистемные требования	18
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины	19
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения	19
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	20
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	20
11. Лист регистрации изменений	21

1. Наименование дисциплины (модуля):

Теория функций комплексного переменного

Целью изучения дисциплины является:

- теоретическое и прикладное освоение студентами основных разделов теории функций комплексного переменного, необходимых для понимания ее роли в профессиональной деятельности;
- обеспечение качественной подготовки бакалавров на основе применения методов обучения, характерных для теории функций комплексного переменного;
- формирования математической культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- освоение основных методов теории функций комплексного переменного, применяемых в решении профессиональных задач, исследовательской деятельности в области образования.

Для достижения цели ставятся задачи:

- изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины;
- сформировать умения доказывать факты и теоремы теории функций комплексного переменного;
- сформировать умения решать типовые задачи основных разделов теории функций комплексного переменного;
- формирование представлений об основных понятиях и методах теории функций комплексного переменного, таких как – аналитические функции, комплексный интеграл, ряды Тейлора и Лорана, особые точки, вычеты, операционное исчисление;
- получить необходимые знания из области теории функций комплексного переменного для дальнейшего самостоятельного освоения научно-технической информации;
- освоение компетенций в области теории функций комплексного переменного.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.О.07.10 «Теория функций комплексного переменного» относится к блоку – «Блок 1. Дисциплины (модули)», к обязательной части, предметно-методический модуль I.

Дисциплина (модуль) изучается на 3 курсе в 6 семестре.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПВО	
Индекс	Б1.О.07.10
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Учебная дисциплина «Теория функций действительного переменного» опирается на входные знания, умения и компетенции, полученные по дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра», «Геометрия» в объеме вузовской программы бакалавриата.	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Изучение дисциплины «Теория функций комплексного переменного» необходимо для успешного освоения дисциплин формирующих компетенции УК-1, ПК-1, а также для прохождения определенных видов практик.	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ОПВО	Индикаторы достижения сформированности компетенций
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета) ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 4 ЗЕТ, 144 академических часов.

Объем дисциплины	Всего часов		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины	144		
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	60	-	-
Аудиторная работа (всего):	60		
в том числе:			
лекции	30		
семинары, практические занятия	30		
практикумы			
лабораторные работы			
Внеаудиторная работа:			
консультация перед экзаменом			

Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.			
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	62		
Контроль	22		
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен)	Экзамен		

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий

(в академических часах)

Очная форма обучения

№ п/п	Курс /семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
			Всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа
			144	Лек.	Пр.	Конт роль	
	3/6	<i>Раздел 1. Элементы теории функций комплексного переменного</i>	58	14	16		28
1.		Основные свойства комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корня.		2			
2.		Поле комплексных чисел. Расширенная плоскость комплексных чисел. Стереографическая проекция.					4
3.		Комплексные числа, действия над ними. Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.			2		
4.		Формула Муавра. Корень из комплексного числа. Решение уравнений.			2		
5.		Функции комплексного переменного. Основные свойства. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.		2			
6.		Множества комплексных чисел. Области. Кривые на плоскости.			2		
7.		Трансцендентные функции комплексного переменного. Логарифмическая функция. Общая степенная функция.		2			
8.		Трансцендентные функции комплексного переменного. Логарифмическая функция. Общая степенная функция. Вычисление.			2		
9.		Кривые на комплексной плоскости.					4
10.		Функции комплексного переменного. Основные свойства. Решение задач и примеров. Вычисление пределов. Непрерывность, точки			2		

		разрыва.					
11.		Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции. Конформное отображение.		2			
12.		Геометрический и гидродинамический смысл производной. Конформное отображение в задачах и примерах.					4
13.		Производная функции комплексного переменного. Дифференциал. Условия Коши-Римана. Геометрическая интерпретация модуля и аргумента производной комплексного переменного.			2		
14.		Гармонические функции. Сопряженные гармонические функции. Уравнение Лапласа.		2			
15.		Основные свойства линейной и дробно-линейной функций. Степенная функция и функция Жуковского.		2			
16.		Симметрия относительно окружности. Дробно-линейные функции и геометрические свойства их отображений.					4
17.		Дробно-линейная функция. Отображения, осуществляемые элементарными функциями.			2		
18.		Ветви многозначных функций. Точки ветвления.					4
19.		Понятие римановой поверхности. Примеры многозначных аналитических функций.					4
20.		Функциональные ряды. Степенные ряды, свойства.		2			
21.		Последовательности и ряды комплексных чисел. Дифференцирование степенных рядов.					4
22.		Функциональные ряды. Степенные ряды. Признаки сходимости. Область и круг сходимости.			2		
		Раздел 2. Интегралы. Ряды Тейлора и Лорана	34	8	6		20
23.		Интегрирование функций комплексного переменного. Теорема Коши. Теорема Коши для многосвязной области.		2			
24.		Интеграл типа Коши. Принцип максимума модуля аналитической функции.					4
25.		Вычисление интегралов. Интегральная формула Коши.		2			
26.		Вычисление интегралов. Применение теоремы Коши к решению задач. Интегральная формула Коши.			2		
27.		Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теорема Морера.					2
28.		Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда. Теорема Лиувилля. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.					4
29.		Теоремы Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций.					2
30.		Ряд Тейлора. Нули аналитической функции.		2			

31.		Нули аналитической функции. Теорема единственности для аналитических функций. Аналитическое продолжение.					2
32.		Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов. Радиус и круг сходимости.			2		
33.		Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Радиус и круг сходимости.					4
34.		Ряд Лорана. Особые точки функции.		2			
35.		Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначной функции.			2		
36.		Основная теорема высшей алгебры.					2
		Раздел 3. Вычеты и их приложения	12	4	4		4
37.		Основные понятия теории вычетов. Вычет относительно полюса.		2			
38.		Вычеты аналитической функции, вычисление.			2		
39.		Применение теории вычетов к вычислению определённых интегралов.		2			
40.		Интегралы от многозначных функций.					4
41.		Вычеты аналитической функции. Применение теории вычетов к вычислению определенных интегралов.			2		
		Раздел 4. Основные понятия и методы операционного исчисления	10	2	2		6
42.		Преобразование Лапласа и его свойства. Изображения элементарных функций.		2			
43.		Свойства преобразования Лапласа.					2
44.		Преобразование Лапласа и его основные свойства. Изображение элементарных функций.			2		
45.		Обращение преобразования Лапласа. Формула Меллина.					4
		Раздел 5. Применения и приложения аналитических функций к решению различных задач	8	2	2		4
46.		Основные свойства гармонических функций. Интегральное представление гармонических функций.		2			
47.		Гармонические функции и их свойства. Задача Дирихле для круга и полуплоскости.					4
48.		Основные понятия теории плоского поля. Соленоидальные и потенциальные поля.					
49.		Приложения аналитических функций к различным задачам.			2		
		ИТОГО:	144	30	30	22	62

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

Лекционные занятия. Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Практические занятия. Дисциплины, по которым планируются практические занятия, определяются учебными планами. Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению практических занятий.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных,

конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Образовательные технологии. При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55% баллов)
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения	УК-1.1. Демонстрирует полное знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение	УК-1.1. Демонстрирует знание основ особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение	УК-1.1. В целом демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение	УК-1.1. Демонстрирует фрагментарное знание особенностей системного и критического мышления

поставленных задач	УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	УК-1.2. В целом умеет применять логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	УК-1.2. Не умеет применять логические формы и процедуры, не способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
	УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений	УК-1.3. Анализирует основные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений	УК-1.3. Анализирует в целом источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений	УК-1.3. Не владеет анализом источников информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает полностью структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	ПК-1.1. Знает основные структуры, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	ПК-1.1. Знает в целом структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	ПК-1.1. Не знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)
	ПК-1.2. Полностью умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ПК-1.2. В целом умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ПК-1.2. Не умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО
	ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	ПК-1.3. В целом демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	ПК-1.3. Демонстрирует фрагментарно умение разрабатывать различные формы учебных занятий

7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inye-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.3.1. Перечень вопросов для экзамена

1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Геометрическое представление комплексных чисел. Модуль и аргумент.
2. Формула Муавра. Корень из комплексного числа.

3. Стереографическая проекция. Расширенная плоскость комплексных чисел. Множества комплексных чисел. Понятие области.
4. Последовательности и ряды комплексных чисел. Функциональные ряды. Степенные ряды.
5. Функции комплексного переменного. Однозначные и многозначные функции. Кривые на комплексной плоскости. Гладкая кривая.
6. Предел функции комплексного переменного. Свойства. Непрерывность функции комплексного переменного.
7. Производная функции комплексного переменного. Дифференциал. Условие Коши-Римана. Доказательство.
8. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформное отображение.
9. Гармонические функции и их свойства. Связь аналитических и гармонических функций.
10. Основные простейшие функции комплексного переменного. Экспоненциальная и тригонометрическая функции. Свойства.
11. Комплексный логарифм. Логарифмическая функция. Общая степенная функция.
12. Области однолиственности некоторых элементарных функций. Дробно-линейная функция.
13. Дробно-линейные функции и геометрические свойства их отображений. Функция Жуковского.
14. Понятие интеграла. Вопросы существования и вычисления интеграла. Свойства.
15. Неопределённый интеграл от функции комплексной переменной. Интегральный логарифм.
16. Интегральная формула Коши. Доказательство. Смысл.
17. Ряд Тейлора. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
18. Теорема Коши. Общий случай. Теорема Коши для случая треугольника. Теорема Коши для случая сложного контура.
19. Нули аналитической функции. Порядок нуля.
20. Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда. Теорема Лиувилля.
21. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана.
22. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удалённой точки. Теорема Сохоцкого.
23. Классификация изолированных особых точек однозначной функции. Устранимая особая точка. Полнос. Существенно особая точка.
24. Вычеты аналитической функции. Теорема о вычетах.
25. Вычет функции относительно полюса.
26. Применение теории вычетов к вычислению определённых интегралов.
27. Преобразование Лапласа и его основные свойства.
28. Изображения элементарных функций. Свойства изображения. Таблица изображений.
29. Операционное исчисление. Решения задач для дифференциальных уравнений операционным методом.
30. Применения преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений.
31. Обращение преобразования Лапласа. Формула Меллина.
32. Задача Дирихле для круга и полуплоскости. Интеграл Пуассона. Приложения аналитических функций к различным задачам.

7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций

7.3.3. Оценочные материалы. Вопросы и задания к лекциям и практическим занятиям. Варианты контрольных работ. Типовые расчеты

Раздел 1. Элементы теории функций комплексного переменного

1. Сформулируйте правила выполнения алгебраических операций над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.
2. Объясните смысл термина «поле комплексных чисел».

3. Какой вид имеет число, обратное числу $z = x + iy$? Какое комплексное число не имеет обратного?
4. Как выполняют деление комплексных чисел, заданных в алгебраической форме?
5. Сформулируйте правило возведения числа i в степень с натуральным показателем.
6. Какие комплексные числа называют сопряженными? Какое число сопряжено с: а) суммой двух комплексных чисел; б) произведением двух комплексных чисел; в) частным двух комплексных чисел; г) степенью комплексного числа?
7. Как выражаются действительная и мнимая части комплексного числа через это число и сопряженное с ним?
8. Как изображают комплексные числа на плоскости?
9. Чему равны векторы, изображающие сумму и разность двух комплексных чисел?
10. Как записывают комплексное число в тригонометрической форме? А в показательной форме?
11. Как геометрически изображаются два сопряженных комплексных числа? А два противоположных комплексных числа?
12. В чем заключаются геометрический смысл: а) модуля комплексного числа; б) аргумента комплексного числа; в) модуля разности двух комплексных чисел?
13. В чем разница между обозначениями $\text{Arg } z$ и $\arg z$?
14. Напишите формулы для вычисления модуля и аргумента комплексного числа, заданного в алгебраической форме
15. Любое ли комплексное число имеет модуль? А аргумент?
16. Сформулируйте правила умножения, деления и возведения в степень с натуральным показателем комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме.
17. Сколько корней n -й степени можно извлечь из комплексного числа, отличного от нуля? Где располагаются точки, изображающие эти числа?
18. Напишите формулу корня n -й степени из комплексного числа, заданного в тригонометрической форме.
19. Дайте определение функции комплексного переменного.
20. Каково геометрическое истолкование функции комплексного переменного, заданной в области D ?
21. Определите, что означают слова «функция $\omega = f(z)$ комплексного переменного непрерывна в точке z_0 ».
22. Дайте определение предела функции комплексного переменного: а) в точке a ; б) в точке ∞ .
23. Области однолиственности некоторых элементарных функций.
24. Как найти образ линии Γ , заданной параметрическими уравнениями, при отображении $\omega = f(z)$?
25. Какое отображение плоскости в себя задает функция $\omega = kz + c$, если а) $k = 0$; б) $c = 0$, $|k| = 1$; в) $c = 0$, $\arg k = 0$; г) $k = 1$?
26. Дайте определение: а) дифференцируемой функции одного действительного переменного; б) дифференцируемой функции двух действительных переменных; в) дифференцируемой функции комплексного переменного.
27. Дайте определение производной функции комплексного переменного.
28. Как связаны между собой требования существования производной и дифференцируемости функции комплексного переменного?
29. Может ли быть функция комплексного переменного дифференцируемой в точках разрыва?
30. Напишите формулу для приращения дифференцируемой функции.
31. Следует ли из дифференцируемости функции комплексного переменного дифференцируемость ее действительной и мнимой частей как функций двух действительных переменных?
32. Запишите условия Коши-Римана.

33. Где в выводе условий Коши-Римана используется дифференцируемость функции $\omega = f(z)$.
34. Какие функции двух действительных переменных называют гармоническими?
35. Как связаны между собой понятия гармонической функции двух действительных переменных и дважды непрерывно дифференцируемой функции комплексного переменного?
36. Как по заданной гармонической функции найти сопряженную с ней гармоническую функцию?
37. В чем заключается геометрический смысл аргумента и модуля производной дифференцируемой функции комплексного переменного?
38. Опишите метод конформных отображений в физических задачах.
39. Дайте определение логарифма в комплексной области.
40. Как выражается логарифм комплексного числа через его модуль и аргумент?
41. Задаёт ли соотношение $\omega = \operatorname{Ln} z$ функцию комплексного переменного? А соотношение $\omega = \ln z$?
42. На какую область отображает функция $\omega = \ln z$ комплексную плоскость, разрезанную вдоль отрицательной действительной полуоси?
43. Общая степенная функция. Каковы особенности ее определения?
44. Элементарные функции комплексного переменного и их отображения.
45. Дробно-линейные функции и геометрические свойства их отображений.

Раздел 2. Интегралы и ряды Тейлора и Лорана

1. Запишите формулы Эйлера в комплексной области.
2. Дайте определение интеграла от комплексной функции по отрезку.
3. Напишите формулу оценки интеграла комплексной функции по отрезку.
4. Дайте определение интеграла комплексной функции вдоль кривой.
5. Чему равно значение интеграла $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z-a}$, если контур:
 - а) не охватывает точку a ; б) охватывает точку a один раз и обходится против часовой стрелки; в) охватывает точку a один раз и обходится по часовой стрелке?
6. Сформулируйте интегральную теорему Коши для односвязной области.
7. Где в доказательстве теоремы Коши используется предположение о непрерывности производной?
8. Сформулируйте интегральную теорему Коши для многосвязной области. Каким образом при доказательстве этой теоремы многосвязная область превращается односвязной?
9. Дайте определение первообразной для функции комплексного переменного.
10. Всякая ли непрерывная функция комплексного переменного имеет первообразную?
11. Как выражаются с помощью интеграла первообразные непрерывно дифференцируемых функций комплексного переменного?
12. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теорема Морера.
13. Дайте определение степенного ряда в комплексной области.
14. При каком условии степенной ряд называется сходящимся в точке z_1 ?
15. Опишите область сходимости степенного ряда с центром z_0 .
16. Какое число называется радиусом сходимости степенного ряда?
17. Какова область сходимости степенного ряда, если $R = \infty$?
18. Дайте определение равномерной сходимости функционального ряда в комплексной области.
19. Может ли сумма степенного ряда иметь разрывы в круге сходимости этого ряда?
20. Дайте определение функции комплексного переменного, аналитической в точке z_0 .
21. Напишите формулу неравенств Коши для коэффициентов степенного ряда?

22. Напишите ряд Тейлора для аналитической функции с центром z_0 .
23. Сформулируйте теорему единственности для аналитических функций.
24. Теорема Лиувилля. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
25. Сформулируйте теорему Коши (случай сложного контура).
26. Отображения многоугольников. Сформулируйте теорему Кристоффеля-Шварца.
27. В чем состоит смысл интегральной формулы Коши?
28. Из каких частей состоит ряд Лорана?
29. В какой области возможно разложение аналитической функции в ряд Лорана?
30. Дайте классификацию изолированных особых точек однозначной функции.
31. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.
32. Сформулируйте теорему Сохоцкого.
33. Смысл принцип максимума модуля аналитической функции?
32. Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций?
33. Нули аналитической функции. Порядок нуля.
36. Сформулируйте теорему единственности для аналитических функций.
37. В чем смысл аналитического продолжения?

Раздел 3. Вычеты и их приложения

1. Что называется вычетом функции $\omega = f(z)$ в точке a ?
2. При каком условии существует вычет функции $\omega = f(z)$ в точке a ? Чему он равен, если функция дифференцируема в точке a ?
3. Как выражается интеграл функции по контуру через вычеты функции в точках, лежащих внутри этого контура?
4. Сформулируйте и докажите теорему о вычетах.
5. Вычет функции относительно полюса.
6. Укажите применения теории вычетов к вычислению определенных интегралов.
7. В чем заключается принцип аргумента?
8. Сформулируйте теорему Руше.
9. Как разложить мероморфную функцию на элементарные дроби.
10. Что такое мероморфная функция?

Раздел 4. Основные понятия и методы операционного исчисления

1. Что называют оригиналом? Что называют изображением?
2. Приведите пример функции Хевисайда и вычислите ее оригинал и изображение.
3. Как восстановить оригинал по его изображению. Укажите общие характеристики.
4. Свойства преобразования Лапласа.
5. Таблица изображений. Изображения элементарных функций.
6. Применения преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений. Как они связаны с задачей Коши?
7. Напишите формулу Меллина.

Раздел 5. Применения и приложения аналитических функций к решению различных задач

1. Как связана общая задача Дирихле на плоскости с гармоническими функциями?
2. В чем заключен смысл классической задачи Дирихле на плоскости?
3. Какая особенность области наблюдается в общей задаче Дирихле?
4. Сколько решений имеет общая задача Дирихле? В каком случае?
5. Напишите формулу Пуассона и метод его вычисления?
6. Как связаны решение общей задачи Дирихле и интеграл Пуассона?

Варианты контрольных работ **Контрольная работа №1**

Вариант № 0

1. Вычислить все значения корня: $\sqrt{-2+2i}$.
2. Выяснить какая линия задана уравнением и изобразить эту линию на чертеже: $z = (1-i)t + i; (-\infty < t < \infty)$.
3. Найти производную указанной функции и выяснить ее аналитичность в каких-нибудь точках плоскости: $w = x^2 + i y^2$.
4. Вычислить $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{1-i}$.

Контрольная работа №2 Вариант №0

1. Вычислить интеграл: $\int_C \frac{e^z}{z^2-1} dz$ где C – окружность $|z| = 2$.
2. Найти радиус сходимости степенного ряда и исследовать его поведение на границе круга сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} (z-3i)^n$.
3. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z_0 = 0$ функцию и указать, где справедливо разложение: $\frac{1}{(z+1)(z-2)}$.
4. Вычислить вычет $f(z) = \frac{1}{z+z^2}$ в точке (-1) .

Контрольная работа №3 Вариант №0

1. Найти изолированные особые точки аналитической функции и выяснить их характер: $\frac{1-\cos z}{\sin^2 z}$.
2. Разложить в ряд Лорана данную функцию в указанном кольце $\frac{z}{(z-i)(z+3)}$, $1 < |z| < 3$.
3. Найти изображение функции $\sin wt$, где w - комплексное число.

Комплект примерных типовых расчетов.

1. Найти $\operatorname{Re} \bar{z}$, если $z = \left(\frac{2-i}{1+i}\right)^3$.
2. Найти $\operatorname{Re} z$, если $z = \frac{1}{1+i}$.
3. Найти $\operatorname{Im} z$, если $z = \frac{1}{1+i}$.
4. Найти $\operatorname{Im} \bar{z}$, $z = \frac{1}{1-2i}$.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = (1 - \sqrt{2})i$, $z = i - 1$, $z = 1 - 3i$, $z = -1 - 2i$, $z = bi$ ($b \neq 0$), $z = 2 + 5i$

6. Найти сумму чисел $z_1 = 3 - 2i$ и $z_2 = 5 + 2i$, $z_1 = -4 + 2i$ и $z_2 = 1 - 8i$

7. Найти частное от деления $z_1 = 3 + 2i$ на $z_2 = 2 - i$, $z_1 = 1 - i$ на $z_2 = 1 + i$

8. Найти все значения следующих корней и построить их: $\sqrt[3]{1}$; $\sqrt[3]{i}$; $\sqrt[4]{-1}$; $\sqrt[6]{-8}$; $\sqrt{1-i}$; $\sqrt{3+4i}$; $\sqrt[3]{-2+2i}$; $\sqrt[5]{-4+3i}$.

9. Записать в тригонометрической форме число $z = -1 - i$, $z = i(\cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5})$

10. Выяснить геометрический смысл указанных соотношений:

а) $|z - z_0| < R$; $|z - z_0| > R$; $|z - z_0| = R$;

б) $|z - 2| + |z + 2| = 5$; $|z - 2| - |z + 2| > 3$; $|z - z_1| = |z - z_2|$;

в) $\operatorname{Re} z > 0$; $\operatorname{Im} z \leq 1$; $|\operatorname{Re} z| < 1$; $|\operatorname{Im} z| \leq 1$; $0 < \operatorname{Re} z < 1$;

г) $|z| \leq 1$; $|z - i| > 1$; $0 < |z + i| < 2$; $0 < \arg z < \frac{\pi}{4}$.

11. Доказать абсолютную сходимость следующих рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} z^n$, $|z| < 1$, $-\infty < \alpha < \infty$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^n$, $|z| < e$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{(n!)^2} \frac{z^n}{1+z^n}$, $|z| \leq \frac{1}{4}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z(z+1)\dots(z+n)}{n!}$, $\operatorname{Re} z < -1$.

12. Убедиться в дифференцируемости следующих функций и найти их производные:

а) $(1+it)^3$, $-\infty < t < \infty$; б) $(1+i\sqrt{t})^3$, $t > 0$; в) e^{it} , $-\infty < t < \infty$; г) $\frac{1}{t+i}$, $-\infty < t < \infty$

13. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^1 (1+it)^2 dt$; б) $\int_0^1 \frac{1+it}{1-it} dt$; в) $\int_0^{\pi} e^{-it} dt$; г) $\int_0^1 \frac{dt}{1+it}$

14. Найти, где дифференцируемы следующие функции, и найти их производные:

а) $\operatorname{tg} z$; $\operatorname{ctg} z$; $\frac{e^z + 1}{e^z - 1}$; б) $\frac{1}{\operatorname{tg} z + \operatorname{ctg} z}$; $\frac{\cos z}{\cos z - \sin z}$; $(e^z - e^{-z})^{-2}$

15. Восстановить регулярную функцию $f(z)$ по заданной функции:

а) $\operatorname{Re} f = x^3 + 6x^2y - 3xy^2 - 2y^3$, $f(0) = 0$; б) $\operatorname{Re} f = e^x(x \cos y - y \sin y)$, $f(0) = 0$;

в) $\operatorname{Re} f = x \cos x \cdot chy + y \sin x \cdot shy$, $f(0) = 0$; г) $\operatorname{Im} f = y \cos y \cdot chx + x \sin y \cdot shx$, $f(0) = 0$.

16. Доказать, что следующие функции не имеют первообразных в областях. Указанных в скобках:

а) $\frac{1}{z}$, $(0 < |z| < \infty)$; б) $\frac{1}{z} - \frac{1}{z-1}$, $(0 < |z| < 1)$; в) $\frac{1}{z(1-z^2)}$, $(0 < |z| < 1)$; г) $\frac{z}{1+z^2}$, $(0 < |z| < \infty)$.

17. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интегралы (все окружности обходятся против часовой стрелки):

а) $\int_{|z+i|=3} \sin z \frac{dz}{z+i}$; б) $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z^2+i}$; в) $\int_{|z|=2} \frac{e^z}{z^2-1} dz$; г) $\int_{|z|=4} \frac{\cos z}{z^2-\pi^2} dz$; д) $\int_{|z+1|=1} \frac{dz}{(1+z)(z-1)^3}$

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература

1. Ахтамова, С. С. Теория функций комплексного переменного : учебно-методическое пособие / С. С. Ахтамова, Е.К. Лейнартас, А. П. Ляпин. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. - 100 с. - ISBN 978-5-7638-4330-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1816573> - Режим доступа: по подписке.

2. Коган, Е. А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление : учебное пособие / Е. А. Коган, Г. С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 180 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015816-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1058889> - Режим доступа: по подписке.

3. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной: учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов, - 6-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с.: ISBN 978-5-9221-0133-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544573> - Режим доступа: по подписке.

8.2. Дополнительная литература

1. Малышева, Н. Б. Функции комплексного переменного [Электронный ресурс] : Учеб. для вузов./ Н. Б. Малышева, Э. Р. Розендорн ; Под ред. Э. Р. Розендорна. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-0977-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544726> - Режим доступа: по подписке.

2. Титов, К. В. Функции комплексной переменной, ряды и операционное исчисление: компьютерные технологии решения задач и примеров в Wolfram Mathematica : учебное пособие / К. В. Титов, Н. Д. Горелов. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2019. — (Высшее образование). — 238 с. - ISBN 978-5-369-01677-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1021442> - Режим доступа: по подписке. .

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-

образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 332 эбс с 02.06.2026г. Электронный адрес: https://znanium.com	С 02.06.2026г. до 01.06.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 12 от 26.02.26г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 26.02.2026г. до 31.01.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22. 02. 2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащенности аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащенности образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- MicrosoftWindows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- MicrosoftOffice (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная

- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г.
Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevir<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

В рабочей программе внесены следующие изменения:

21